

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XX	Mehrere Unbekannte	601

Löse folgendes Gleichungssystem:

$$(I) \quad x - y + 2z = 11$$

$$(II) \quad 3x + y - 3z = -4$$

$$(III) \quad 3x - 4y - 7z = 27$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XX	Mehrere Unbekannte	601

Eliminieren von y:

$$(I) + (II) \quad 4x - z = 7 \quad (IV)$$

$$(I) \cdot 4 - (III) \quad x + 15z = 17 \quad (V)$$

Eliminieren von x:

$$(IV) - (V) \cdot 4 \quad -61z = -61 \quad /: (-61)$$

$$z = 1$$

$$\text{Einsetzen in (V)} \quad x = 2$$

$$\text{Einsetzen in (II)} \quad y = -7$$

$$\underline{L = \{ (2 / -7 / 1) \}}$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XX	Mehrere Unbekannte	602

Löse folgendes Gleichungssystem:

$$(I) \quad 2x + 4y - 11z = 6$$

$$(II) \quad 9x - 7y + 5z = 2$$

$$(III) \quad 12x - 26y + 43z = 0$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XX	Mehrere Unbekannte	602

Eliminieren von x:

$$(I) \cdot 9 \quad 18x + 36y - 99z = 54 \quad (I')$$

$$(II) \cdot 2 \quad 18x - 14y + 10z = 4 \quad (II')$$

$$(I') - (II') \quad \underline{50y - 109z = 50} \quad (IV)$$

$$(I) \cdot 6 \quad 12x + 24y - 66z = 36 \quad (I'')$$

$$(I'') - (III) \quad \underline{50y - 109z = 36} \quad (V)$$

$$(IV) - (V) \quad 0 = 14 \quad \Rightarrow \quad \underline{L = \{ \}}$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XX	Mehrere Unbekannte	603

Löse folgendes Gleichungssystem:

$$(I) \quad 3x - 4y + 2z = 10$$

$$(II) \quad 5x - 3y + 4z = 3$$

$$(III) \quad -2x + 5y - 3z = -7$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XX	Mehrere Unbekannte	603

Eliminieren von z:

$$(I) \cdot 2 \quad 6x - 8y + 4z = 20 \quad (I')$$

$$(I') - (II) \quad x - 5y = 17 \quad (IV)$$

$$(I) \cdot 3 \quad 9x - 12y + 6z = 30 \quad (I'')$$

$$(III) \cdot 2 \quad -4x + 10y - 6z = -14 \quad (III'')$$

$$(I'') + (III'') \quad 5x - 2y = 16 \quad (V)$$

Eliminieren von y:

$$(IV) \cdot 2 \quad 2x - 10y = 34 \quad (IV')$$

$$(V) \cdot 5 \quad 25x - 10y = 80 \quad (V')$$

$$(IV') - (V') \quad 23x = 46 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$$\text{Einsetzen in (V)} \quad y = -3$$

$$\text{Einsetzen in (I)} \quad z = -4$$

$$\underline{L = \{ (2 / -3 / -4) \}}$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XX	Mehrere Unbekannte	604

Löse folgendes Gleichungssystem:

$$(I) \quad \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = 2$$

$$(II) \quad \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}z = 3$$

$$(III) \quad \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = 4$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XX	Mehrere Unbekannte	604

Eliminieren von y aus (I) und (III):

$$(I) \cdot 2 \quad \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 4 \quad (I')$$

$$(I') + (III) \quad \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}z = 8 \quad (IV)$$

Wir lösen nun das Gleichungssystem, das aus (II) und (IV) besteht, mit dem Einsetzungsverfahren:

$$\text{Auflösen von (IV) nach z:} \quad (IV) \cdot 3 \quad 2x + z = 24 \quad \Rightarrow \quad z = 24 - 2x$$

$$\text{Einsetzen in (II):} \quad \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}(24 - 2x) = 3 \quad \Rightarrow \quad -\frac{3}{20}x = -\frac{9}{5}$$

$$\Rightarrow \quad x = 12 \quad \Rightarrow \quad z = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 8 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{L = \{(12/8/0)\}}}$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XX	Mehrere Unbekannte	605

Löse folgendes Gleichungssystem:

$$(I) \quad 2,4x - 2,5y = 26$$

$$(II) \quad 1,6x + 0,9z = -3$$

$$(III) \quad 0,5y - 1,2z = 38$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XX	Mehrere Unbekannte	605

Eliminieren von z aus (II) und (III):

$$(II) \cdot 4 \quad 6,4x + 3,6z = -12 \quad (II')$$

$$(III) \cdot 3 \quad 1,5y - 3,6z = 114 \quad (III')$$

$$(II') + (III') \quad 6,4x + 1,5y = 102 \quad (IV)$$

Eliminieren von y aus (I) und (IV):

$$(I) \cdot 6 \quad 14,4x - 15y = 156 \quad (I'')$$

$$(IV) \cdot 10 \quad 64x + 15y = 1020 \quad (IV'')$$

$$(I'') + (IV'') \quad 78,4x = 1176 \Rightarrow x = 15$$

Einsetzen in (I): $y = 4$

Einsetzen in (II) $z = -30$

$$\underline{L = \{ (15 / 4 / -30) \}}$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XXX	Mehrere Unbekannte	606

Löse folgendes Gleichungssystem mit 4 Unbekannten, indem Du zunächst eine Variable eliminiert und 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten erzeugst und dann so weiter machst, wie es Dir bekannt ist:

- (I) $u + 2v + 3w - 4x = 18$
(II) $2u + 3v - 4w + 5x = 10$
(III) $3u - 4v + 5w + 6x = 2$
(IV) $-4u + 5v + 6w + 7x = -6$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XXX	Mehrere Unbekannte	606

Eliminieren von u:

$$\begin{array}{lll} \text{(I)} \cdot 2 - \text{(II)} & v + 10w - 13x = 26 & \text{(V)} \\ \text{(I)} \cdot 3 - \text{(III)} & 10v + 4w - 18x = 52 & \text{(VI)} \\ \text{(I)} \cdot 4 + \text{(IV)} & 13v + 18w - 9x = 66 & \text{(VII)} \end{array}$$

Eliminieren von v:

$$\begin{array}{llll} \text{(V)} \cdot 10 - \text{(VI)} & 96w - 112x = 208 & \text{(VIII)} & / : 16 \quad 6w - 7x = 13 \quad \text{(VIII')} \\ \text{(V)} \cdot 13 - \text{(VII)} & 112w - 160x = 272 & \text{(IX)} & / : 16 \quad 7w - 10x = 17 \quad \text{(IX')} \end{array}$$

Eliminieren von w:

$$\text{(VIII')} \cdot 7 - \text{(IX')} \cdot 6 \quad 11x = -11 \quad \Rightarrow \quad x = -1$$

$$\text{Einsetzen in (IX')} \quad w = 1$$

$$\text{Einsetzen in (V)} \quad v = 3$$

$$\text{Einsetzen in (I)} \quad u = 5$$

$$\underline{L = \{ (5/3/1/-1) \}}$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	X	Mehrere Unbekannte	607

Löse folgende Textaufgabe, indem Du ein Gleichungssystem mit drei Unbekannten aufstellst:

Wie alt waren 1780 Lessing, Goethe und Schiller, wenn die beiden ersten zusammen 82 Jahre zählten, während Lessing und Schiller zusammen 72 Jahre und schließlich Goethe und Schiller zusammen 52 Jahre zählten?

Hinweis: Nenne das Alter von Lessing L, das von Goethe G und das von Schiller S.

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	X	Mehrere Unbekannte	607

$$(I) \quad L + G = 82$$

$$(II) \quad L + S = 72$$

$$(III) \quad G + S = 52$$

Eliminieren von G aus (I) und (III):

$$(I) - (III) \quad L - S = 30 \quad (IV)$$

Eliminieren von S aus (II) und (IV):

$$(II) + (IV) \quad 2L = 102 \quad \Rightarrow \quad L = 51$$

$$\text{Einsetzen in (I):} \quad G = 31$$

$$\text{Einsetzen in (II)} \quad S = 21$$

1780 war Lessing 51, Goethe 31 und Schiller 21.

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XXX	Mehrere Unbekannte	608

Löse folgende Aufgabe mit einem Gleichungssystem mit 3 Unbekannten:

Gärtner Rettich will für seine neue Blumenzüchtung Tulpenrose Spezialdünger herstellen, der 35 % Kalium, 40 % Phosphor und 25 % Stickstoff enthalten soll. Zum Mischen stehen ihm drei Düngersorten zur Verfügung:

Sorte A enthält 50 % Kalium, 40 % Phosphor und 10 % Stickstoff.

Sorte B enthält 20 % Kalium, 30 % Phosphor und 50 % Stickstoff.

Sorte C enthält 30 % Kalium, 50 % Phosphor und 20 % Stickstoff.

Wieviel kg der Sorten A, B und C muss er verwenden, um 20 kg des neuen Blumendüngers herzustellen?

(Hinweis: Menge der Sorte A in kg: x Menge der Sorte B in kg: y
Menge der Sorte C in kg: z)

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XXX	Mehrere Unbekannte	608

- | | | |
|-------|--------------------------------------|------------------|
| (I) | $0,5x + 0,2y + 0,3z = 0,35 \cdot 20$ | Kaliumanteil |
| (II) | $0,4x + 0,3y + 0,5z = 0,4 \cdot 20$ | Phosphoranteil |
| (III) | $0,1x + 0,5y + 0,2z = 0,25 \cdot 20$ | Stickstoffanteil |

Eliminieren von x:

$$\begin{array}{ll} \text{(III)} \cdot 5 - \text{(I)} & 2,3y + 0,7z = 18 \quad \text{(IV)} \\ \text{(III)} \cdot 4 - \text{(II)} & 1,7y + 0,3z = 12 \quad \text{(V)} \end{array}$$

Eliminieren von z:

$$\text{(V)} \cdot 7 - \text{(IV)} \cdot 3 \quad 5y = 30 \quad \Rightarrow \quad y = 6$$

$$\text{Einsetzen in (V)} \quad z = 6$$

$$\text{Einsetzen in (III)} \quad x = 8$$

Man muss 8 kg der Sorte A und je 6 kg der Sorten B und C verwenden.