

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XX	Cramersche Regel	701

Löse folgendes Gleichungssystem mit Determinanten:

$$(I) \quad 5x + 2y = 2$$

$$(II) \quad 3x - 3y = 4$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XX	Cramersche Regel	701

$$D = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-3) - 2 \cdot 3 = -15 - 6 = -21$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-3) - 2 \cdot 4 = -6 - 8 = -14$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 5 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = 20 - 6 = 14$$

$$x = \frac{D_1}{D} = \frac{-14}{-21} = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{D_2}{D} = \frac{14}{-21} = -\frac{2}{3}$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XX	Cramersche Regel	702

Löse folgendes Gleichungssystem mit Hilfe von Determinanten:

$$(I) \quad 4x - 6y = 8$$

$$(II) \quad 2x + 12y = 4$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XX	Cramersche Regel	702

$$D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 12 \end{vmatrix} = 4 \cdot 12 - (-6) \cdot 2 = 48 + 12 = 60$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 8 & -6 \\ 4 & 12 \end{vmatrix} = 8 \cdot 12 - (-6) \cdot 4 = 96 + 24 = 120$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 \cdot 4 - 8 \cdot 2 = 16 - 16 = 0$$

$$x = \frac{D_1}{D} = \frac{120}{60} = 2$$

$$y = \frac{D_2}{D} = \frac{0}{60} = 0$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XX	Cramersche Regel	703

Löse folgendes Gleichungssystem mit der Determinantenmethode:

(I) $1,5x - 0,5y = 3$

(II) $10,5x - 3,5y = 8$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XX	Cramersche Regel	703

$$D = \begin{vmatrix} 1,5 & -0,5 \\ 10,5 & -3,5 \end{vmatrix} = 1,5 \cdot (-3,5) - (-0,5) \cdot 10,5 = -5,25 + 5,25 = 0$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 3 & -0,5 \\ 8 & -3,5 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-3,5) - (-0,5) \cdot 8 = -10,5 + 4 = -6,5 \neq 0$$

$$\Rightarrow L = \{ \}$$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
Text	Üben	XX	Cramersche Regel	704

Löse folgendes Gleichungssystem mit dem Determinantenverfahren:

(I) $1,5x - y = -0,375$

(II) $-6x + 4y = 1,5$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XX	Cramersche Regel	704

$$D = \begin{vmatrix} 1,5 & -1 \\ -6 & 4 \end{vmatrix} = 1,5 \cdot 4 - (-1) \cdot (-6) = 6 - 6 = 0$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} -0,375 & -1 \\ 1,5 & 4 \end{vmatrix} = (-0,375) \cdot 4 - (-1) \cdot 1,5 = -1,5 + 1,5 = 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1,5 & -0,375 \\ -6 & 1,5 \end{vmatrix} = 1,5 \cdot 1,5 - (-0,375) \cdot (-6) = 2,25 - 2,25 = 0$$

⇒ Es gibt unendlich viele Lösungen.

Die Lösungsmenge ist dann $L = \{(x / y) / x \in \mathbb{Q}, y = 1,5x + 0,375\}$

Klasse 8	Art Üben	Schwierigkeit XXX	math. Thema Cramersche Regel	Nr. 705
--------------------	--------------------	-----------------------------	--	-------------------

(I) $2x + ky = k$

(II) $2(k - 1)x + k(k + 1)y = k^2 + k$

- a) Berechne allgemein die Lösung des Gleichungssystems.
b) Für welchen Wert von k hat das System keine eindeutige Lösung?

Klasse 8	Art Lösung	Schwierigkeit XXX	math. Thema Cramersche Regel	Nr. 705
--------------------	----------------------	-----------------------------	--	-------------------

$$a) D = \begin{vmatrix} 2 & k \\ 2(k-1) & k(k+1) \end{vmatrix} = 2k(k+1) - 2k(k-1) = 2k^2 + 2k - 2k^2 + 2k = 4k$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} k & k \\ k^2+k & k(k+1) \end{vmatrix} = k^2(k+1) - k(k^2+k) = k^3 + k^2 - k^3 - k^2 = 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & k \\ 2(k-1) & k^2+k \end{vmatrix} = 2(k^2+k) - 2k(k-1) = 2k^2 + 2k - 2k^2 + 2k = 4k$$

$$\Rightarrow L = \{ (0 / 1) \} \quad (\text{unabhängig von } k)$$

- b) Für $k = 0$ ist $D = 0$, aber auch $D_1 = D_2 = 0$, folglich gibt es unendlich viele Lösungen.

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XXX	Cramersche Regel	706

Für welche Werte von a und b hat das gegebene Gleichungssystem keine Lösung?

(I) $2x - 5y = 4$

(II) $ax - 3y = b$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XXX	Cramersche Regel	706

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ a & -3 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-3) - (-5) \cdot a = -6 + 5a$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ b & -3 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-3) - (-5) \cdot b = -12 + 5b$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ a & b \end{vmatrix} = 2 \cdot b - 4 \cdot a = 2b - 4a$$

Keine Lösung, wenn $D = 0 \Leftrightarrow a = \frac{6}{5}$

und $D_1 \neq 0 \Leftrightarrow b \neq \frac{12}{5}$

oder $D_2 \neq 0 \Leftrightarrow 2b - \frac{24}{5} \neq 0 \Leftrightarrow b \neq \frac{12}{5}$