

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XX	Lineares Optimieren	901

Veranschauliche die Lösungsmenge des Ungleichungssystems in einem Koordinatensystem. Für welche der Lösungen nimmt die Zielfunktion den kleinsten bzw. größten Wert an. Wie groß ist dieser?

(I) $4y \leq 8 + x$

(II) $3y \leq 9 - x$

(III) $y \leq 5 - x$

(IV) $x \geq 0$

(V) $y \geq 0$

Zielfunktion : $(x;y) \rightarrow 2x + 3y$

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XX	Lineares Optimieren	901

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XXX	Lineares Optimieren	902

Eine Fabrik stellt ein Gerät in 2 Ausführungen her (Typ 1 und Typ 2) . Je nach Ausführung ist die Zusammensetzung der zur Herstellung verwendeten Materialien a , b, c und d verschieden. Die folgende Tabelle gibt Auskunft über die benötigten Materialien und die vorhandenen Vorräte in kg:

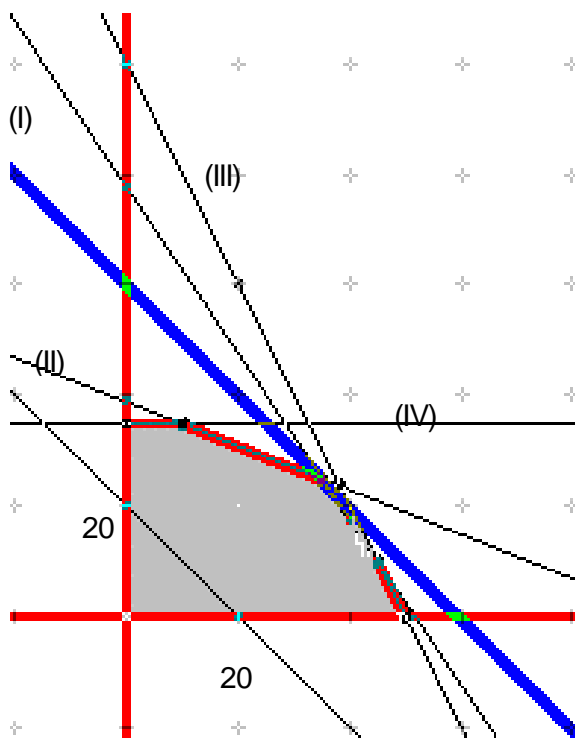
Material	Typ 1	Typ 2	Vorrat
a	8	12	620
b	10	4	390
c	5	10	500
d	4	0	140

Also ist z.B. vom Material a für Typ 1 8 kg nötig, für Typ 2 12 kg und der Vorrat an Material a beträgt 620 kg.

Nenne die Anzahl der Geräte vom Typ 1 nun y und die vom Typ 2 x und stelle die Ungleichungen für den Materialvorrat auf, gib die Zielfunktion an, wenn die Gesamtzahl der produzierten Geräte möglichst groß sein soll, und ermittle die Anzahl der von jedem Typ herzustellenden Geräte.

(nach Ehrenwirth: Algebra 8 Seite 187/Aufgabe 4)

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XXX	Lineares Optimieren	902



$$(I) \quad 8y + 12x \leq 620$$

$$(II) \quad 10y + 4x \leq 390$$

$$(III) \quad 5y + 10x \leq 500$$

$$(IV) \quad 4y \leq 140$$

$$\text{Zielfunktion: } (x;y) \rightarrow x + y$$

Ist die Gesamtzahl c, so gilt: $x + y = c$, also $y = -x + c$. Die Zielfunktion ist am größten, wenn der y-Abschnitt dieser Geraden am größten ist.

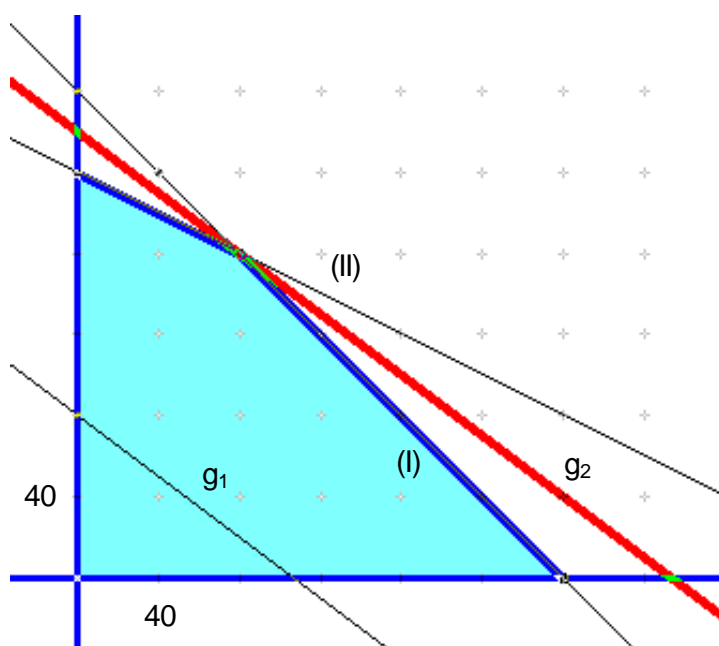
Die Zielfunktion nimmt den größten Wert an im Schnittpunkt von (I) und (II). Dies ist der Punkt (35/25). Es werden also 25 Geräte des Typs 1 und 35 Geräte des Typs 2 produziert.

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XXX	Lineares Optimieren	903

Eine Fahrradfabrik baut ein Mountainbike zu 3000 DM und ein Citybike zu 2000 DM. Je Arbeitstag können entweder 15 Mountainbikes oder 30 Citybikes hergestellt werden. Wie viele Räder jeden Typs wird die Firma an höchstens 240 Arbeitstagen im Jahr herstellen, wenn sie mit einem Absatz von höchstens 6000 Rädern jährlich rechnet und möglichst hohe Gesamteinnahmen erzielen will?

(Hinweis: Das Mountainbike werde an x Tagen, das Citybike an y Tagen produziert.)

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XXX	Lineares Optimieren	903



$$(I) \quad x + y \leq 240$$

$$(II) \quad 15x + 30y \leq 6000$$

Zielfunktion : Einnahmen

$$(x;y) \rightarrow 45000x + 60000y$$

Sind die Gesamteinnahmen c, so ist

$$45000x + 60000y = c \text{ und es ergibt sich}$$

$$\text{die Geradenschar } y = -\frac{3}{4}x + \frac{c}{60000} .$$

c wird am größten, wenn die Gerade durch den Schnittpunkt von (I) und (II) geht also für den Punkt (80/160). Es

müssen also an 80 Tagen Mountainbikes und an 160 Tagen Citybikes produziert werden. Die Einnahmen sind dann 13,2

Millionen DM .

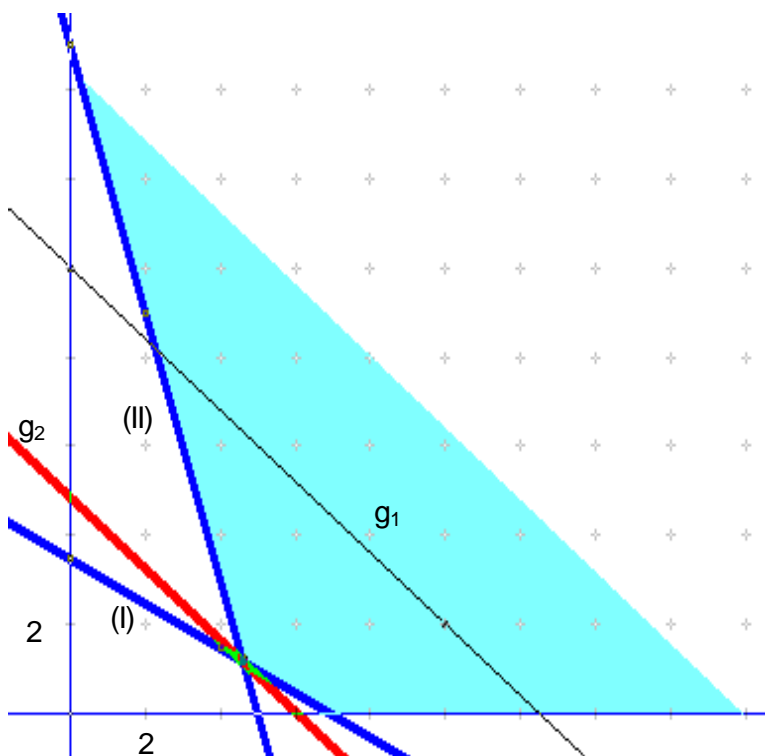
Millionen DM .

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Üben	XXX	Lineares Optimieren	904

Die Notration eines Expeditionsteilnehmers soll mindestens 70 g Eiweiß und mindestens 150 g Kohlehydrate enthalten. Dies soll durch Vollkornbrot und Wurst im Vorrat gewährleistet werden. 100g Vollkornbrot enthält 10 g Eiweiß und 30 g Kohlehydrate, 50 g Wurst enthält 20 g Eiweiß und 10 g Kohlehydrate. 100 g Vollkornbrot kosten 40 Pf, 50 g Wurst 50 Pf.

Wieviel Packungen zu je 100 g Vollkornbrot und wie viele Wurst Dosen zu je 50 g sind für die Notration zu verwenden, wenn sie möglichst kostengünstig hergestellt werden soll? (Hinweis: Nenne die Anzahl der Packungen Vollkornbrot x , die Anzahl der Wurst Dosen y .)

Klasse	Art	Schwierigkeit	math. Thema	Nr.
8	Lösung	XXX	Lineares Optimieren	904



$$(I) \quad 10x + 20y \geq 70$$

$$(II) \quad 30x + 10y \geq 150$$

Zielfunktion: Gesamtkosten:

$$(x;y) \rightarrow 0,5y + 0,4x$$

Sind die Gesamtkosten c , so erhält man $0,5y + 0,4x = c$. Die zugehörigen Punkte liegen auf der Geraden $y = -\frac{4}{5}x + 2c$,

deren y -Abschnitt minimal wird, wenn c durch den Schnittpunkt $(4,6/1,2)$ von (I) und (II) bzw. durch den nächstgelegenen Gitterpunkt der markierten Menge geht. Das ist $(5/1)$. Dann sind die Gesamtkosten 2,50 DM je Woche.