Übungszirkel „Lineare Gleichungssysteme: Station 6
Gleichungssysteme mit drei Unbekannten

Für das Lösen eines solchen Gleichungssystems verwendet man am besten das Additionsverfahren. Dazu legt man zuerst eine Variable fest, die eliminiert werden soll. Dann multipliziert man z.B. die Gleichung (I) so, dass beim Addieren zu Gleichung (II) die festgelegte Variable herausfällt. So entsteht Gleichung (IV). Das gleiche macht man nun mit Gleichung (I) und Gleichung (III). Es entsteht Gleichung (V). Mit den beiden neuen Gleichungen, in denen nun nur noch zwei Varaiblen vorkommen dürfen, verfährt man wie üblich . Am Ende berechnet man die ursprünglich eliminierte Variable, indem man die beiden schon berechneten Unbekannten in eine der drei ursprünglichen Gleichungen einsetzt.

Beispiel:

(I)	$2x + 3y + 4z = 1{,}4$	
(II)	$3x - 2y - z = 1{,}2$	
(III)	$5x + 4y + 3z = 1{,}4$	

Wir eliminieren zuerst z. Dazu multiplizieren wir (II) mit 4 und addieren (II') zu (I):

(II) · 4	$12x - 8y - 4z = 4{,}8$	(II')
(I) + (II')	$14x - 5y = 6{,}2$	(IV)

Nun multiplizieren wir (II) mit 3 und addieren (II“) zu (III):

(II) · 3	$9x - 6y - 3z = 3{,}6$	(II“)
(III) + (II“)	$14x - 2y = 5$	(V)

Weiter geht es mit (IV) und (V). Durch Subtrahieren der beiden Gleichungen fällt x weg:

(IV) - (V) $\quad -3y = 1{,}2 \quad / : (-3)$

$y = -0{,}4$

Einsetzen in (IV) $\quad 14x + 2 = 6{,}2 \quad / -2 \quad / : 14$

$x = 0{,}3$

Einsetzen in (II): $0{,}9 + 0{,}8 - z = 1{,}2$

$z = 0{,}5$

$L = \{ (0{,}3 / -0{,}4 / 0{,}5)$

Sollte eine Variable in einer der Gleichungen bereits fehlen, wird man diese zuerst aus einer der beiden anderen Gleichungen eliminieren.

Wie bei Gleichungssystemen mit zwei Unbekannten kann es auch hier vorkommen, dass die Lösungsmenge leer ist oder dass es unendlich viele Lösungen gibt.

Hinweis: Die Lösungen auf den Aufgabenblättern sind aus Platzgründen verkürzt dargestellt. Da man zunächst eine Variable beliebig zum Eliminieren aussuchen kann, gibt es auch verschiedene Lösungswege, die erst am Ende zum gleichen Ergebnis führen müssen.